



POLITÉCNICA

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS  
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2016-2017

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} 2x + ay + z = a, \\ x - 4y + (a + 1)z = 1, \\ 4y - az = 0, \end{cases}$$
 se pide:

- (2 puntos) Discutirlo en función de los valores del parámetro real  $a$ .
- (0.5 puntos) Resolver el sistema para  $a = 1$ .
- (0.5 puntos) Resolver el sistema para  $a = 2$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados los puntos  $P(1, -2, 1)$ ,  $Q(-4, 0, 1)$ ,  $R(-3, 1, 2)$ ,  $S(0, -3, 0)$ , se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .
- (1 punto) Estudiar la posición relativa de la recta  $r$ , que pasa por los puntos  $P$  y  $Q$ , y la recta  $s$ , que pasa por  $R$  y  $S$ .
- (1 punto) Hallar el área del triángulo formado por los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Se administra una medicina a un enfermo y  $t$  horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por  $c(t) = te^{-t/2}$  miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de  $c(t)$  e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente.

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la función  $f(x) = \frac{x^2 + x + 6}{x - 2}$ , se pide:

- (0.5 puntos) Determinar su dominio y asíntotas verticales.
- (0.5 puntos) Calcular  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ .
- (1 punto) Calcular  $\int_3^5 f(x) dx$ .

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las funciones  $f(x) = \frac{2}{x}$  y  $g(x) = \text{sen}(x)$ , se pide:

- (1 punto) Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( f(x) - \frac{2}{g(x)} \right)$ .
- (0.75 puntos) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = f(x)$  en el punto  $(\frac{1}{2}, 4)$ .
- (1.25 puntos) Calcular el área delimitada por la curva  $y = f(x)$  y la recta  $y = -x + 3$ .

### Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Determinar la matriz  $P^{-1}$ , inversa de la matriz  $P$ .
- (1 punto) Determinar la matriz  $B^{-1}$ , inversa de la matriz  $B = P^{-1}J^{-1}$ .
- (1 punto) Calcular el determinante de la matriz  $A^2$ , siendo  $A = PJP^{-1}$ .

### Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

- (1 punto) Determine la distancia entre las rectas

$$r_1 \equiv x = y = z \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0, \\ x - z + 1 = 0. \end{cases}$$

- (1 punto) Obtenga el punto de corte de la recta  $s \equiv x = 2 - y = z - 1$  con el plano perpendicular a  $s$ , que pasa por el origen.

### Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

El 40% de los sábados Marta va al cine, el 30% va de compras y el 30% restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60% de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20% de las veces que va de compras, y el 80% de las veces que juega a videojuegos. Se pide:

- (1 punto) Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto.
- (1 punto) Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine?

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

En todos los ejercicios, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido o razonamiento que conduzca a la solución del problema será valorado con la puntuación correspondiente.

#### OPCIÓN A

##### Ejercicio 1.

- a) Obtención de los valores críticos [ $a = 2, a = -2$ ]: 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25 y resolución: 0.25). Por la discusión de cada uno de los tres casos ( $[a \neq 2, -2], [a = 2], [a = -2]$ ): 0.5 puntos (repartidos en resultado: 0.25 y justificación: 0.25).
- b) Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
- c) Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

##### Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos. (No es necesario obtener el punto de intersección ni las ecuaciones de las rectas, pero si las escribe y no sabe estudiar la posición relativa se calificará con 0.25 puntos.)
- c) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 3.

Planteamiento: 0.5 puntos. Calcular el máximo: 1 punto (repartido en procedimiento: 0.5, cálculos: 0.5). Interpretar la solución y responder a las preguntas: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 4.

- a) Dominio: 0.25 puntos. Asíntota vertical (justificada con el cálculo del límite): 0.25 puntos.
- b) Resultado: 0.25 puntos. Justificación: 0.25 puntos.
- c) Calcular la primitiva: 0.75 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

#### OPCIÓN B

##### Ejercicio 1.

- a) Escribir y simplificar correctamente el límite que hay que calcular 0.25 puntos. Aplicar correctamente la regla de L'Hôpital: 0.25 puntos (cada vez). Obtener el límite: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento (conocer la ecuación de la recta tangente): 0.25 puntos. Calcular la derivada: 0.25 puntos. Evaluar en el punto y escribir la ecuación correctamente: 0.25 puntos.
- c) Calcular los puntos de corte: 0.25 (por cada punto). Plantear la integral: 0.25 puntos. Obtener la primitiva: 0.25 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

##### Ejercicio 2.

- a) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 3.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.